

正四面體 $OABC$ 邊長為2,從頂點 $O$ 對底面 $ABC$ 作垂直線 $OH$ ,

交底面於 $H$ 點,求四面體的高 $\overline{OH}$ ,並求四面體的體積.

解:(如圖)  $\because OABC$ 為正四面體, $\therefore H$ 為 $\Delta ABC$ 的重心

取 $\overline{AB}$ 的中點 $M$ ,則中線 $\overline{CM} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{CH} = \frac{2}{3}\overline{CM} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$

由畢氏定理得  $\overline{OH} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{CH}^2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^2 - \left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

又  $\because OABC$ 為角錐體, $\therefore$ 正四面體 $OABC$ 的體積為:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高} &= \frac{1}{3} \cdot \Delta ABC \text{面積} \cdot \overline{OH} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3}\right) \cdot \frac{2}{3\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

