

方程式 $|\sqrt{(x+4)^2 + (y-1)^2} - \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2}| = 6$ 之圖形爲一雙曲線，試求其中心、焦點、頂點、貫軸長、共軛軸長、正焦弦長、貫軸方程式、共軛軸方程式

詳解：由雙曲線定義知： $F(-4,1)$ 及 $F'(2,-3)$ 即爲焦點；且貫軸長 $2a = 6 \Rightarrow a = 3$

中心 O 爲 $\overline{FF'}$ 中點 $\Rightarrow O(-1,-1)$

$c = \overline{OF} = \sqrt{13}$ ， $b = \sqrt{c^2 - a^2} = 2 \Rightarrow$ 共軛軸長 $2b = 4$ ；正焦弦長 $\frac{2b^2}{a} = \frac{8}{3}$

求貫軸方程式：即 $\overline{FF'}$ $\Rightarrow 2x + 3y + 5 = 0$

求共軛軸方程式：垂直 $\overline{FF'}$ 且過中心 $O \Rightarrow 3x - 2y + 1 = 0$

求頂點 $A(x, y) \because \overline{OA} = \frac{a}{c} \overline{OF}$

$$\Rightarrow (x+1, y+1) = \frac{3}{\sqrt{13}}(-4+1, 1+1) \Rightarrow A(x, y) = \left(-\frac{9}{\sqrt{13}} - 1, \frac{6}{\sqrt{13}} - 1\right)$$

同理可得另一頂點 $A'\left(\frac{9}{\sqrt{13}} - 1, -\frac{6}{\sqrt{13}} - 1\right)$